**Άσκηση 3** (Μον. 20)

1. (μον. 10) Να βρεθεί η γενική λύση του γραμμικού συστήματος

 .

1. (μον. 6) Έστω *a, b, c* πραγματικές παράμετροι. Εξηγείστε γιατί το γραμμικό σύστημα



έχει πάντοτε μοναδική λύση.

Γ. (μον. 4) Υπάρχει ομογενές γραμμικό σύστημα 3 εξισώσεων με 4 αγνώστους το οποίο να έχει μοναδική λύση; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

**Λύση**

**Α.** Παίρνουμε τον επαυξημένο πίνακα του συστήματος:

Και εφαρμόζουμε πράξεις για να τον κάνουμε κλιμακωτό πίνακα. Αρχικά εφαρμόζουμε τους μετασχηματισμούς και παίρνουμε τον πίνακα

Ακολούθως, διαρούμε όλα τα στοιχεία της 2ης γραμμής με το 7 και στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον , οπότε παίρνουμε τον

Ο πίνακας αυτός είναι κλιμακωτός. Το αντίστοιχο σύστημα θα είναι:

Το παραπάνω σύστημα έχει άπειρες λύσεις, με και . Η γενική λύση του συστήματος είναι , όπου πραγματικός αριθμός.

**Β.** Παρατηρούμε ότι η ορίζουσα των συντελεστών είναι ίση με

Επομένως, το σύστημα έχει μοναδική λύση.

**Γ.** Δεν υπάρχει τέτοιο σύστημα. Ο πίνακας των συντελεστών ενός τέτοιου συστήματος έχει το πολύ τάξη 3. Η διάσταση του χώρου λύσεων του συστήματος είναι ίση με , όπου είναι το πλήθος των αγνώστων και η τάξη του πίνακα των συντελεστών. Αφού και , θα ισχύει . Ένα τέτοιο σύστημα έχει σίγουρα άπειρες λύσεις.